EXEMPLES DE FONCTIONS : LES FONCTIONS AFFINES

I. DECOUVERTE DE LA DEUXIEME FONCTION LA PLUS SIMPLE :

1) QUI EST-ELLE ?

Définitions :

Soit a *et* b deux nombres fixés.
Une fonction qui à un nombre x associe le nombre par $ax + b$ (c'est-à-dire de la forme $x \longrightarrow ax + b$) est appelée **fonction** ……………………….
On note $f(x) = ax + b$ l'image de x.

$$x \xrightarrow{\boxed{\ldots\ldots}} ax \xrightarrow{\boxed{\ldots\ldots}} ax + b$$

Exemple :

La fonction $f : x \longrightarrow 4x + 7$ ……………… une fonction affine avec a = …… et b = ……
La fonction $f : x \longrightarrow 5x - 2$ ……………… une fonction affine avec a = …… et b = ……
La fonction $f : x \longrightarrow \pi x + \sqrt{7}$ ……………… une fonction affine avec a = …… et b = ……
La fonction $f : x \longrightarrow x^2 + 7$ ……………… une fonction affine avec a = …… et b = ……

2) DEUX CAS PARTICULIERS :

A retenir :

1- Toutes les fonctions …………………………………… sont des fonctions affines
(en effet, elles sont de la forme $f : x \rightarrow ax + b$ avec a = ……. et b = ……)
2- Toutes les fonctions …………………………………… sont des fonctions affines
(en effet, elles sont de la forme $f : x \rightarrow ax + b$ avec a = ……. et b = ……)

Exemple :

$f : x \rightarrow 4x$ f est une fonction ………………………… et donc aussi ………………………… (a = ……. et b = ……)
$g : x \rightarrow 20$ g est une fonction ………………………… et donc aussi …………………………(a = ……. et b = ……)

3) CALCULS D'IMAGES ET D'ANTECEDENTS :

Propriété :

1- Si f une fonction affine qui n'est pas constante ($a \neq 0$),
alors tout nombre admet une image et une seule par la fonction f.

2- Si f une fonction affine qui n'est pas constante ($a \neq 0$),
alors tout nombre admet un antécédent et un seul par la fonction f.

Exemple :

Soit $f : x \longrightarrow 4x - 5$ une fonction affine.
1- Calculer l'image de 3 par f.
2- Calculer l'antécédent de 19 par f.

……
……
……
……
……
……
……
……

Cas particulier des fonctions constantes :

Soit $f : x \to 14$. f est une fonction …………………………..

1- Le nombre 14 admet une …………………….. d'antécédents par la fonction f.

2- Par contre, le nombre 3 admet …………………….. antécédents par la fonction f.

II. REPRESENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION AFFINE :

1) COMMENT SE CONSTRUIT LA REPRESENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION AFFINE ?

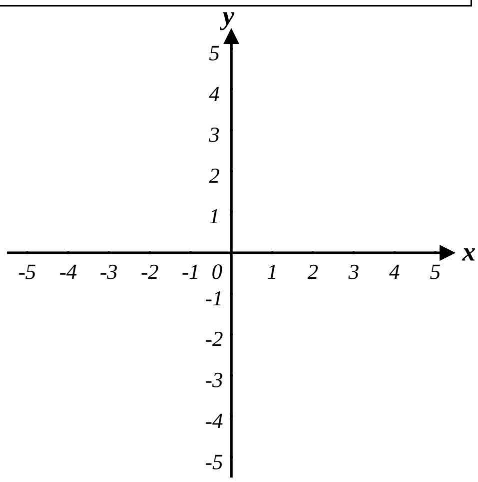
Propriété et définitions :

Dans un repère du plan, la représentation graphique d'une fonction affine $f : x \to ax + b$ est une ……………. passant par le point de coordonnées (…… ; …….)
Le coefficient a est toujours appelé ……………………………………………. (il donne la direction)
Le coefficient b est appelé …………………………………………….

Exemple :

Soit $f : x \to 2x - 1$ une fonction affine.
Représenter graphiquement cette fonction.

Comme f est une fonction …………………., elle est représentée par une ……………….
Comme b = ……., cette droite passe par le point de coordonnées (…… ; ……)
Comme f(……) = …………………….. = ……, cette droite passe aussi par le point de coordonnées (…… ; ……)



2) COMMENT RETROUVE-T-ON UNE FONCTION AFFINE A PARTIR DE SA REPRESENTATION GRAPHIQUE ?

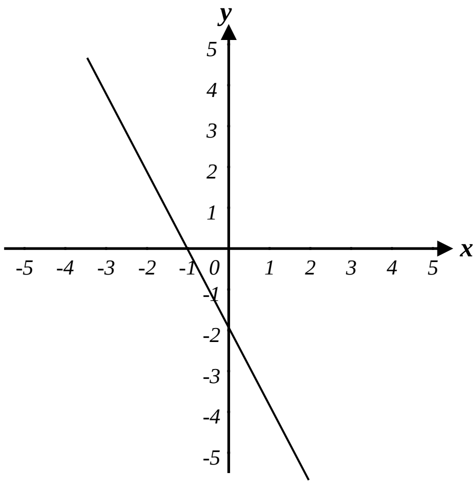
Réciproquement :

Dans un repère du plan, toute droite représente une fonction affine.

Exemple :

Retrouver graphiquement la fonction f.

Comme la représentation graphique de f est une ………………….,
f est une ……………….
Comme la droite passe par le point de coordonnées (…… ; ……)
b = …….,
Comme elle passe aussi par le point de coordonnées (…… ; ……)
f(……) = ……,



3) COMMENT SAVOIR SI UN POINT APPARTIENT A LA REPRESENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION AFFINE ?

Propriété :

Soit un point M de coordonnées (x_M ; y_M)
On appelle (d) la représentation graphique d'une fonction affine $f : x \to ax + b$.
1- Si M appartient à la droite (d), alors ………………………………………
2- Si ……………………………………, alors M appartient à la droite (d)

Exemple :
Soit $f : x \to 2x - 1$ une fonction affine.
Les points M(5 ; 11) et N(4 ; 7) appartiennent-ils à la représentation graphique de f ?

* $f(5)$ = ……………………………………………………………………..
Donc M ………………………………………………… à la représentation graphique de f.

* $f(4)$ = ……………………………………………………………………..
Donc N ………………………………………………… à la représentation graphique de f.

III. PROPORTIONNALITE DES ACCROISSEMENTS :

Propriété et définitions :

Soit $f : x \to ax + b$ une fonction affine.
Soient x_1 et x_2 deux nombres quelconques.
Les accroissements des images $f(x)$ sont proportionnels aux accroissements des nombres x associés.
Le coefficient de proportionnalité de ces accroissements est le nombre a.

Autrement dit : a = ---------------------------

Remarque :
Cette propriété permet de déterminer le coefficient a d'une fonction affine lorsqu'on connait deux nombres et leurs images.

Exemple :
f étant une fonction affine telle que $f(1) = 2$ et $f(3) = 4$.
1- Calculer la valeur de a.
2- Calculer la valeur de b.
3- En déduire l'expression algébrique de f.